

TP 6 : Le modèle de Verhulst, étude de suites logistiques.

Dans ce TP nous étudions la version discrète du *modèle de Verhulst (1840)*, qui est un modèle de croissance utilisé en dynamique des populations. La taille d'une population, à l'issue de n années, est représentée par une valeur $u_n \in [0,1]$. Elle évolue au fil des années selon une relation de récurrence de la forme :

$$u_{n+1} = k u_n (1 - u_n)$$

où $k \in [0,4]$ est une constante.

En termes simples, la taille de la population est proportionnelle à celle de l'année précédente (u_n) multipliée par la "capacité d'accueil" restante ($1 - u_n$). La constante k exprime alors l'impact de ce produit.

Partie A : Etude expérimentale d'un cas particulier

Dans cette partie, nous supposons que $u_0 = 0,5$ et $k = 1,5$.

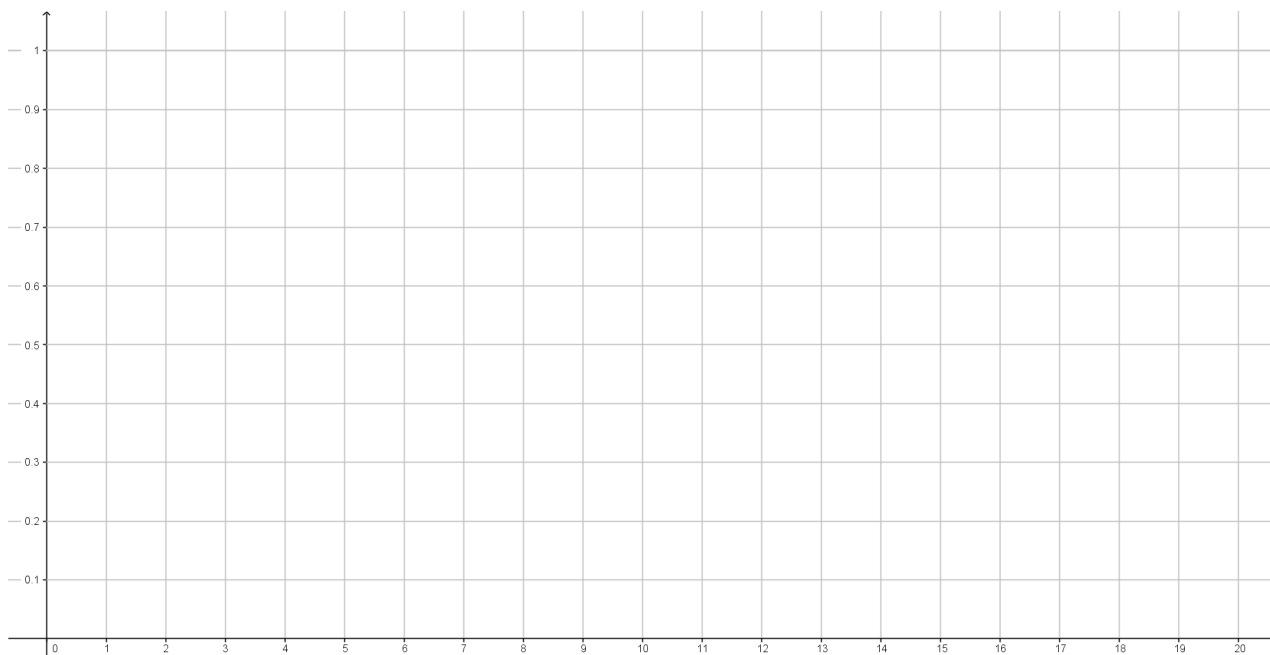
1. Compléter l'algorithme suivant afin qu'il simule 20 ans d'évolution.

```
1 u(1)=
2 k=
3
4 for i=1:
5 .....u(i+1)=
6 end
7
8 plot2d(u)
```

On utilisera la commande **clf()** pour effacer la fenêtre graphique.

2. Commentez l'évolution de la population.

3. Faites varier la taille initiale de la population, entre 0 et 1, et observez le comportement à long terme.



Représentez, à main levée, les dynamiques observées ci-dessous.

4. Selon ce modèle, la population initiale a-t-elle une influence sur le long terme ?

TP 6 : Le modèle de Verhulst, étude de suites logistiques.

Partie B : Etude de l'influence de la constante k .

Dans cette partie, nous admettrons que $u_0=0,5$, et nous allons mesurer l'influence de la constante k .

Compléter le cadre suivant, en illustrant la dynamique avec des schémas.

Domaine de k	$< k <$	$< k <$	$< k <$	$< k <$
Evolution de la population	Extinction			
Schéma				

On observera attentivement le comportement lorsque les valeurs de k sont proches de 1 puis 3 puis 3,5

Partie C : « L'effet papillon »

L'effet papillon exprime l'idée que les événements qui ont lieu sont très sensibles aux petits changements. Historiquement, il est exprimé par la question :

« Le battement d'ailes d'un papillon au Brésil peut-il provoquer une tornade au Texas ? »

Nous allons voir si cette suite permet d'obtenir un tel effet.

On suppose que $k=4$ et $u_0=0,75$ à 0,01 près.

Peut-on raisonnablement prévoir l'évolution de la population ? Expliquez votre réponse.