

Devoir libre n°3

À rendre le 13/11/2019

Vous pouvez travailler sur ce devoir en groupes (3 maxi)

En revanche, n'attendez pas le retour des vacances pour commencer !

Exercice 1 Résolution d'une inéquation

On souhaite résoudre sur \mathbb{R} l'inéquation (I) : $3x + \frac{14}{x+1} + \frac{22x}{x^2-x+1} \leq 2$

1. Mettre l'inéquation sous la forme $\frac{A}{(x+1)(x^2-x+1)} \leq 0$, où A est une certaine fonction à déterminer.

2. Déterminer trois réels a, b, c tels que, pour tout nombre réel x :

$$(ax^2 + bx + c)(3x^2 + x + 1) = 3x^4 - 2x^3 + 36x^2 + 11x + 12$$

(Si on ne trouve pas a, b, c , admettre que $a=1$, $b=-1$, $c=12$.)

3. Résoudre alors l'inéquation (I) sur \mathbb{R} .

Exercice 2 Calcul d'une somme

En utilisant les formules du cours, calculer $S = \sum_{k=1}^{11} \left(-\frac{k}{4} + \frac{5}{2^{k-1}} \right)$

Exercice 3 Programme SciLab (Attendre le TP2 pour commencer cet exercice)

Proposer un programme, écrit en Scilab, qui prend trois nombres en entrée, et qui renvoie la différence entre la plus grande et la plus petite valeur.

Exercice 4 Raisonnement par récurrence simple

Soit (v_n) la suite définie par : $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = \frac{1}{3}(v_n + 4n + 6)$.

Montrer que pour tout entier naturel n , on a $v_n = 2n + \frac{1}{3^n}$.

Exercice 5

On considère les propositions suivantes :

\mathcal{P} : " $a+b > 0$ " \mathcal{Q} : " $a > 0$ et $b > 0$ " et \mathcal{R} : " $a+b > 0$ et $a > 0$ "

1. L'équivalence $\mathcal{P} \Leftrightarrow \mathcal{Q}$ est-elle vraie ?

2. L'équivalence $\mathcal{Q} \Leftrightarrow \mathcal{R}$ est-elle vraie ?

On attend des justifications à vos réponses.