Devoir libre n°8 - Complément

À rendre au retour du confinement

Vouz pouvez travailler en groupes sur ce devoir (3 maxi par groupe).

Exercice 3

Dans une fête foraine, un stand propose le jeu suivant : le joueur lance une pièce 3 fois et compte le nombre de Pile obtenus. Si ce nombre est pair, le joueur est déclaré vainqueur, et s'il est impair, il est déclaré perdant.

Si le joueur est déclaré vainqueur, il gagne 10 euros pour chaque Pile obtenu, mais s'il a perdu, il doit payer 10 euros pour chaque Pile obtenu. En particulier, s'il n'obtient aucun Pile, il est déclaré vainqueur, mais ne remporte rien.

La pièce est truquée, et à chaque lancer, la probabilité d'obtenir Pile est égale à 2/3, et celle d'obtenir Face est de 1/3. On notera X la variable aléatoire égale au nombre de Pile obtenus, et G la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur. Enfn, on notera A l'événement : *"le joueur est déclaré vainqueur "* et on dira que le jeu est favorable au joueur si l'espérance mathématique de la variable aléatoire G est positive.

1. Reconnaître la loi de X et vérifier que $P(A)=\frac{13}{27}$.
2. Montrer que G(Ω) = { - 30 , - 10 , 0 , 20 } puis expliciter la loi de G.
3. Calculer l'espérance de G. Le jeu est-il favorable au joueur ?

Exercice 4

Une piste rectiligne est divisée en cases numérotées 0, 1, 2, .. , 100, de gauche à droite. Une puce se déplace vers la droite de une ou de deux cases, au hasard et de façon équiprobable, à chaque saut.

Au départ, elle est sur la case 0. Soit X_n la variable aléatoire égale au numéro de la case occupée par la puce après n sauts. L'objectif de cet exercice est de déterminer $E(X_n)$ et $V(X_n)$.

1. Déterminer la loi de probabilité de X_1.
2. On appelle Y_n la variable aléatoire égale au nombre de fois où la puce a sauté d'une case au cours des n premiers sauts. Reconnâître la loi de probabilité de Y_n puis déterminer son espérance ainsi que sa variance.
3. Exprimer X_n en fonction de Y_n et n.
4. En déduire les valeurs de $E(X_n)$ et de $V(X_n)$.