

# Devoir libre n°1

À rendre le 25/9/2023

---

## Exercice 1

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \frac{\frac{1-2\sqrt{3}}{1+2\sqrt{3}} - \frac{1+2\sqrt{3}}{1-2\sqrt{3}}}{1 - \frac{1-2\sqrt{3}}{1+2\sqrt{3}}}, \quad B = \frac{(-1)^n - (-1)^{n-1}}{(-1)^{2n} - (-1)^{2n+1}}, \quad C = 2^{n+2} - 3 \times 2^n - 8 \times 2^{n-2} + \frac{1}{2} \times 2^{n+1}, \quad \text{où } n \in \mathbb{N}$$

## Exercice 2

1. Résoudre les équations suivantes :

a)  $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} - 5 = 0$       b)  $(\ln(x))^2 + 3 \ln(x) = 2$

2. Résoudre les inéquations suivantes :

a)  $\frac{5x+2}{x-1} \geq 0$       b)  $x^2 + 2x + 2 \geq 0$

3. Résoudre, selon les valeurs du nombre réel  $m$ , l'équation  $x^2 - 2(m+1)x + 2m + 1 = 0$

## Exercice 3

On considère l'équation (E) :  $x^2 - x - 1 = 0$  .

1. Montrer que (E) possède deux solutions qu'on calculera.

*On notera  $\psi$  la plus petite et  $\varphi$  la plus grande. ( $\varphi$  est appelé "nombre d'or")*

2. Montrer les propriétés suivantes :

- a)  $\varphi^2 = \varphi + 1$   
b)  $\varphi^3 = 2\varphi + 1$  (il n'est pas nécessaire d'élever  $\varphi$  au cube...)  
c)  $\varphi = 1 + \frac{1}{\varphi}$   
d)  $\varphi \times \psi = -1$