

# Devoir libre n°2

À rendre le 12/10/2022

---

*Vous pouvez faire ce devoir en groupe (3 maxi)*

## Exercice 1

- Développer et simplifier  $(k+1)^4 - k^4$
- Calculer la somme  $\sum_{k=0}^n (k+1)^4 - k^4$  de deux manières :
  - En utilisant la forme développée de la question 1
  - En utilisant un télescopage.
- En déduire une formule permettant de calculer  $\sum_{k=0}^n k^3$

## Exercice 2

- Soit  $x$  un nombre réel. On considère l'implication  $x < 2 \Rightarrow x^2 < 4$  .
  - Cette implication est-elle vraie ? Justifier la réponse.
  - Ecrire sa réciproque. Est-elle vraie ? Justifier.
  - Ecrire sa contraposée. Est-elle vraie ? Justifier.
- Montrer que :  $\exists \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}, \alpha^2 + \beta - \gamma = 3$  .
- Montrer que  $\forall x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \geq 2xy$  .
- Montrer l'implication  $(x \neq y) \Rightarrow (x-1)(y+1) \neq (x+1)(y-1)$  (*raisonner par contraposée*)

## Exercice 3

Soit  $(v_n)$  la suite définie par :  $v_0 = 1$  et  $v_{n+1} = \frac{1}{3}(v_n + 4n + 6)$  .

En raisonnant par récurrence simple, montrer que pour tout entier naturel  $n$  on a  $v_n = 2n + \frac{1}{3^n}$  .