

Interrogation n°7 – Sujet pour Khalil
Durée : 30 minutes

18/1/2024

Exercice 1

Factoriser le polynôme $P(X) = 2x^3 - 6x^2 + 8$ sous forme irréductible.

Question bonus :

Nommez un mathématicien ayant travaillé sur les polynômes et le calcul de leurs racines.

Interrogation n°7 – Sujet pour Khalil
Durée : 30 minutes

18/1/2024

Exercice 2

1. Trouver un polynôme de degré 2 (donc non nul !) vérifiant $P(1)=0$, $P'(1)=0$.

2. On cherche à déterminer, de manière générale, les polynômes vérifiant

$$P(1)=0 \quad , \quad P'(1)=0$$

a) Justifier qu'on peut écrire $P(X) = (X-1) Q(X)$ où $Q(X)$ est un certain polynôme.

b) En dérivant cette relation, justifier que le polynôme Q admet 1 pour racine.

c) Conclure qu'on peut écrire $P(X) = (X-1)^2 R(X)$ où $R(X)$ est un certain polynôme.

Interrogation n°7 – Sujet pour Khalil
Durée : 30 minutes

18/1/2024

Exercice 2

On considère la fonction définie sur $[1, +\infty[$ par $f(x) = x \ln(x)$.

1. Étudier les variations de la fonction f .

2. Justifier que f réalise une bijection de l'intervalle $[1, +\infty[$ vers un intervalle à préciser.

3. Dresser le tableau de variations de la fonction réciproque f^{-1} .

Interrogation n°7 – Sujet pour Khalil
Durée : 30 minutes

18/1/2024

4. Soit n un entier naturel.

Justifier que l'équation $x \ln(x) = n$ possède une unique solution sur $[1, +\infty[$.

Cette solution sera notée u_n .

5. Justifier que $u_n = f^{-1}(n)$.

6. En déduire le sens de variation et la limite de la suite (u_n) .