Feuille d'exercices 15 : Graphes (1e partie)

Exercice 1

1. a) Dessiner le graphe complet d'ordre 4 , noté K_4.
   b) Combien ce graphe a-t-il d'arètes ?
   c) Est-il connexe ? Expliquer.
2. Dessiner K_5 et compter son nombre d'arètes.
3. De façon générale, on considère le graphe complet d'ordre n est noté K_n.
   a) Quel est le degré de chaque sommet ?
   b) Combien le graphe K_n possede-t-il d'arètes ?

Exercice 2

Voici le tableau des sommets et degrés d'un graphe G :

Sommet	A	B	C	D	E	F
Degré	2	3	5	4	3	3

1. Calculer le nombre d'arètes du graphe G.
2. Construire un graphe G possible.

Exercice 3

Construire un graphe à quatre sommets A, B, C, D, de degrés respectifs 1, 5, 1, 1 et ayant quatre arètes

Exercice 4

Une maison, construite sur un niveau, possède 18 ouvertures (portes ou fenêtres) et chaque pièce a deux ouvertures sur l'extérieur et 2 autres sur l'intérieur.
Combien de pièces cette maison possède-t-elle ?

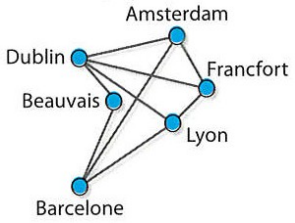
Exercice 5

Dans un groupe de vingt enfants, est-il possible que sept d'entre eux aient chacun exactement trois amis, neuf d'entre eux en aient exactement quatre, et quatre d'entre eux exactement cinq?

Exercice 6

Sur un réseau social est-il possible que dans un groupe de quinze personnes, chacun soit ami avec trois autres personnes du groupe ?

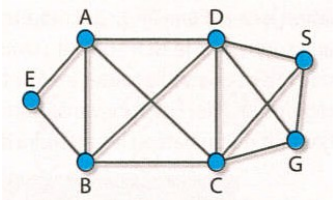
Exercice 7



Voici le plan des lignes d'une compagnie d'aviation low-cost :

Existe-t-il un circuit qui permet d'emprunter chacune de ces lignes exactement une fois ?
Si oui, donner un tel circuit. Si non, expliquer pourquoi.

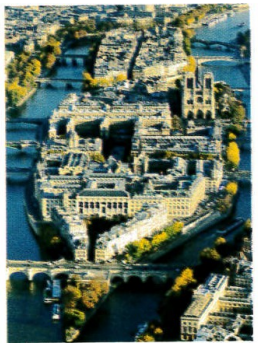
Exercice 8

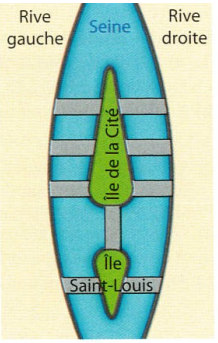


Le graphe suivant modélise le réseau des égouts d'un ville.
Les sommets représentent les stations et les arètes les canalisations.

Ce graphe admet-il une chaîne Eulérienne ?

Exercice 9





Les îles de Paris sont connectées par neuf ponts.
On se propose de déterminer un circuit approprié à des touristes qui souhaitent voir les ponts Parisiens (ils veulent voir la totalité des neufs ponts).

a) Ils partent de la tour Eiffel, située sur la rive gauche, et souhaitent y revenir à la fin de leur visite. Peuvent-ils emprunter chaque pont une seule fois ?

b) Peut-on prévoir une visite touristique qui démarre au Louvre (rive droite), et qui arrive à la tour Eiffel, en passant une seule fois par chaque pont ?

Feuille d'exercices 15 : Graphes (1e partie)

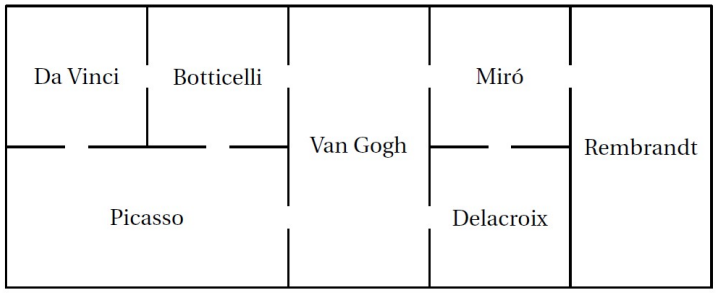
Exercice 10

La carte ci-contre représente les anciennes régions de France.

Est-il possible de parcourir la France en passant une et une seule fois par toutes les frontières entre les régions ?

Exercice 11

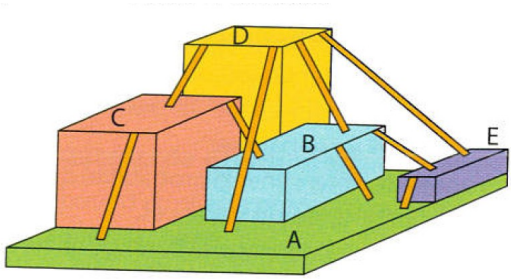
On construit un musée dont les pièces sont disposées comme indiqué sur la figure ci-contre (les entrées et sorties du musée ne sont pas crées).



1. Montrer qu'il est impossible d'organiser un parcours dans ce musée qui emprunterait une et une seule fois chaque passage entre deux salles.
2. Quel passage doit-on condamner, ou quel passage doit-on créer pour qu'un tel trajet soit possible ? Dans quelle(s) pièce(s) doit-on alors créer l'entrée et la sortie du musée ?

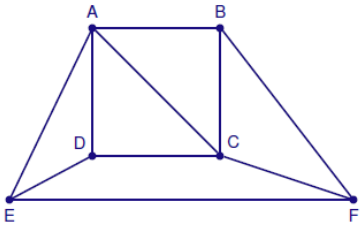
Exercice 12

On considère un espace de jeu réservé aux enfants, formé de cinq plate-formes notées A, B, C, D et E. Certaines d'entre-elles sont reliées par des rampes (voir schéma ci-dessous).



1. Représenter la situation à l'aide d'un graphe.
2. Ce graphe est-il connexe ? Complet ? Justifier.
3. Ce graphe contient-il une chaîne Eulérienne ? Justifier.
4. Si on peut ajouter une arête à ce graphe, quels sommets faut-il relier pour que la graphe obtenue ait une cycle Eulérien ? Justifier.
5. On propose un jeu aux enfants : partir de la plateforme C pour rejoindre la plate-forme E en passant une fois par chaque rampe. Proposer une chemin qui suit ces règles.
6. Pour faciliter les déplacements des enfants, on décide d'installer une nouvelle rampe. Ou faut-il installer cette rampe pour obtenir l'existence d'un chemin qui, partant d'une plateforme donnée, emprunte chaque rampe une seule fois, pour revenir à la plate-forme initiale ? Justifier.

Exercice 13

Le graphe suivant représente le plan d'une ville. Les arêtes du graphe représentent les principales avenues et les sommets du graphe les carrefours entre ces avenues.

1. Donner l'ordre du graphe puis le degré de chacun des sommets.
2. Un piéton peut-il parcourir toutes ces avenues sans emprunter plusieurs fois la même avenue :
   a) en partant d'un carrefour et en revenant à son point de départ ? Justifier la réponse.
   b) en partant d'un carrefour et en arrivant à un carrefour différent ? Justifier la réponse.