Fiche méthode n°6 – Suites numériques

<u>Pour montrer qu'une suite est croissante, on peut :</u>

- Montrer que $u_n = f(n)$ pour une certaine fonction croissante *f*.
- Montrer que, pour tout entier n, $u_{n+1} - u_n \geq 0$.
- Si, pour tout entier n $u_n > 0$, montrer que $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} > 1$.
- Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \geq u_n$.

Ajuster ces arguments convenablement pour montrer qu'une suite est décroissante.

<u>Pour montrer qu'une suite est majorée, on peut :</u>

- Montrer qu'elle est décroissante. Elle est alors majorée par son premier terme.
- Raisonner par un enchaînement d'inégalités.
- Raisonner par récurrence (si un majorant est suggéré).

Ajuster ces arguments convenablement pour montrer qu'une suite est minorée.

<u>Pour montrer qu'une suite est arithmétique :</u>

On montre que, pour tout entier n, la différence $u_{n+1} - u_n$ est constante.

Dans ce cas cette constante est la *raison* de la suite.

<u>Pour montrer qu'une suite n'est pas arithmétique :</u>

On montre que les différences $u_{n+1} - u_n$ ne sont pas toutes les mêmes.

Ajuster ces arguments pour montrer qu'une suite est géométrique ou non.

<u>Pour étudier une suite arithmético-géométrique, de la forme</u> $u_{n+1} = a\,u_n + b$ **.**

- Résoudre l'équation $l = a\,l + b$ (d'inconnue *l*).
- Poser $v_n = u_n - l$ et montrer que la suite (v_n) est géométrique.
- Exprimer v_n en fonction de n ($v_n = v_0 \times q^n$)

  puis exprimer u_n en fonction de n ($u_n = v_n + l$)

<u>Pour étudier une suite récurrente linéaire d'ordre 2, de la forme</u>

$$u_{n+2} = a\,u_{n+1} + b\,u_n$$

- Résoudre *l'équation caractéristique* $(E): X^2 = a\,X + b$.
- → Si (E) possède deux solutions x_1 et x_2 , poser $x_n = \lambda\,x_1^n + \mu\,x_2^n$.

  → Si (E) possède une solution x_0 , poser $x_n = (\lambda\,n + \mu)\,x_0^n$.
- Remplacer n par 0 puis par 1 dans ces formules, et utiliser les valeurs de u_0 et u_1 pour déterminer les valeurs de λ et μ .