Fiche méthode n°7 – Probabilités sur un univers fini.

Pour écrire un événement à l'aide des opérateurs $\cup$ et $\cap$:

Repérer les mots clés :

- *"Au moins un"* , *"... ou ..."* , *"soit ..., soit ..."*, *'il existe"* → union $\cup$
- *"chaque/chacun"* , *"... et ..."* , *"tous"*, *'pour tout"* → intersection $\cap$

Pour calculer la probabilité d'un événement E :

- Dans le cas *équiprobable*, calculer $P(E)=\dfrac{Card(E)}{Card(\Omega)}$.

  Mots clés : tirages *"identiques"* d'object *"indiscernables"*,

  pièce/dé *"non truqué"* ou *"équilibré"*

- Si on connait la probabilité de l'événement contraire $\overline{E}$, utiliser la formule

$$P(E)=1-P(\overline{E})$$

- Si on dispose d'un *système complet d'événements* $A_1, A_2, \ldots, A_n$, utiliser la *formule des probabilités totales* :

$$\begin{aligned} P(E) &= P(E\cap A_1)+P(E\cap A_2)+\ldots+P(E\cap A_n) \\ &= P(A_1)\times P_{A_1}(E)+P(A_2)\times P_{A_2}(E)+\ldots+P(A_n)\times P_{A_n}(E) \end{aligned}$$

- Si on peut résumer la situation à l'aide d'un *arbre*, identifier les chemins correspondants à E, et additionner leurs probabilités.

Pour calculer la probabilité d'une intersection :

- Si on connaît $P(A\cup B)$, utiliser la formule

$$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$

- Utiliser la *formule des probabilités composées*

$$P(A\cap B)=P(A)\times P_A(B)$$

  formule générale : $P(A\cap B\cap C\cap\ldots)=P(A)\times P_A(B)\times P_{A\cap B}(C)\times\ldots$

- Si A et B sont *indépendants* :

$$P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$$

Pour calculer la probabilité d'une union :

- de **deux** événements, utiliser la formule

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$$

- de **trois** événements, utiliser la *formule du crible de Poincaré*

$$\begin{aligned} P(A\cup B\cup C)= \; & P(A)+P(B)+P(C) \\ & -P(A\cap B)-P(A\cap C)-P(B\cap C) \\ & +P(A\cap B\cap C) \end{aligned}$$

- de **n** événements **incompatibles** $E=A_1\cup A_2\cup\ldots\cup A_n$, utiliser la formule

$$P(E)=P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n)$$

Pour calculer une probabilité conditionnelle :

- Utiliser la définition $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$.
- Si le conditionnement "inverse" a été calculé, utiliser la *formule de Bayes*

$$P_A(B)=\frac{P(B)}{P(A)}\times P_B(A) \quad .$$

Pour montrer que deux événements A et B sont indépendants :

- Montrer que $P(A\cap B)=P(A)\times P(B)$.
- Si on sait que A et $\overline{B}$ sont indépendants, conclure avec le cours.