Fiche méthode n°8 :Limites de suites.

Pour montrer qu'une suite est convergente, on peut :

- Décomposer la suite (somme, produit et quotient) et utiliser les tableaux.

  ☞ Si la limite est nombre réel, conclure que la suite converge.

- Montrer qu'elle est croissante majorée ou décroissante minorée.
- Utiliser le théorème des gendarmes.

Pour montrer qu'une suite diverge vers + ∞, on peut :

- Décomposer la suite (somme, produit et quotient) et utiliser les tableaux.
- Utiliser le *théorème de comparaison :*
  - Montrer qu'elle est minorée par une suite qui tend vers $+\infty$.
- Montrer qu'elle est croissante non majorée (raisonner par l'absurde).

De façon analogue, on peut montrer qu'une suite diverge vers -∞.

Pour calculer la limite d'une suite, on peut :

- Décomposer la suite (somme, produit et quotient) et utiliser les tableaux.
- Utiliser directement le *théorème des gendarmes* ou *le théorème de comparaison*.
- Utiliser la méthode du point fixe, si la suite est *récurrente :* $u_{n+1} = \ldots$
  - Dans la relation de récurrence, remplacer u_{n+1} et u_n par l
  - Résoudre pour trouver les limites l possibles.

Pour traîter une forme indéterminée, on peut :

- Factoriser l'expression de la suite.

  ☞ Idéalement, factoriser par le terme "dominant".

Exemple : $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n-1}{n^2+1}\right)=$

- Utiliser les *croissances comparées* :

$$\ln(x)^a \ll x^b \ll e^n \ll n! \quad .$$

Exemple : $\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{n^2}{e^n+1}\right)=$

Pour montrer que deux suites sont *adjacentes* :

- Montrer que l'une est croissante et l'autre décroissante.
- Montrer que leur différence tend vers 0.

☞ Dans ce cas, on peut conclure que les deux suites convergent et ont la même limite.