

Démonstration d'une limite de référence.

On considère la fonction définie par $f(x) = e^x - x e^x - 1$ pour $x \in \mathbb{R}$.

1. Étudier les variations de cette fonction sur $\mathbb{R}$.

2. En déduire le signe de $f(x)$, et que.

$$\forall x \in \mathbb{R}, e^x \leq x e^x + 1$$

3. S'inspirer des questions 1 et 2 pour prouver que

$$\forall x \in \mathbb{R}, x + 1 \leq e^x.$$

On étudiera une fonction choisie convenablement pour obtenir cette inégalité.

4. En utilisant les questions 2. et 3. démontrer l'encadrement

$$\forall x \in \mathbb{R}, x \leq e^x - 1 \leq x e^x$$

5. **Conclude** : Déterminer la limite de référence $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$.

Démonstration d'une limite de référence.

On considère la fonction définie par $f(x) = e^x - x e^x - 1$ pour $x \in \mathbb{R}$.

1. Étudier les variations de cette fonction sur $\mathbb{R}$.

2. En déduire le signe de $f(x)$, et que.

$$\forall x \in \mathbb{R}, e^x \leq x e^x + 1$$

3. S'inspirer des questions 1 et 2 pour prouver que

$$\forall x \in \mathbb{R}, x + 1 \leq e^x.$$

On étudiera une fonction choisie convenablement pour obtenir cette inégalité.

4. En utilisant les questions 2. et 3. démontrer l'encadrement

$$\forall x \in \mathbb{R}, x \leq e^x - 1 \leq x e^x$$

5. **Conclude** : Déterminer la limite de référence $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$.