Programme de colle de mathématiques

Semaine 41

Notions abordées :

Chapitre 2 : Espaces vectoriels, rappels et compléments

1. Généralités sur les espaces vectoriels
 - Définition et exemples fondamentaux
 - Sous-espaces vectoriels
2. Familles libres, familles génératrices, bases
 - Rappels
 - Bases canoniques
3. Dimension d'un espace vectoriel
 - Définition
 - Propriétés
 - Rang d'une famille de vecteurs
4. Matrice-colonne associée à un vecteur et changement de base

Questions de cours :

- Bases canoniques et dimensions des espaces vectoriels de référence.
- Théorème sur le cardinal d'une famille libre/génératrice.
- Formule du binôme pour les matrices.
- Inversion d'une matrice carrée d'ordre 2
- Nombre maximal de valeurs propres d'une matrice d'ordre n
- Théorème de diagonalisabilité
- Lien entre polynôme annulateur et valeurs propres.
- Théorème spectral

Annexe 1 : Rappels sur le calcul matriciel.

1. Produit de matrices
 - Propriétés, puissances de matrices, formule du binôme
2. Inversion de matrices
 - Cas d'ordre 2, Méthode du pivot de Gauss

Chapitre 3 : Diagonalisation de matrices carrées.

1. Valeur propre, vecteur propre
2. Valeur propre et inversibilité
 - Inversibilité et la valeur propre 0
 - Cas général
3. Sous-espaces propres
 - Définition et premiers exemples
 - Liberté d'une famille de vecteurs propres.
4. Polynômes annulateurs
5. Diagonalisation
 - Définition
 - Diagonalisation effective
 - Théorème spectral