

Interrogation n°3

Durée : 30 minutes

6/10/2023

Exercice 1

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

1. Calculer la matrice A^2 et vérifier que $A^2 - A - 2I_3 = 0_{3,3}$.

2. En déduire un polynôme annulateur de la matrice A .

3. Montrer que les seules valeurs propres possibles sont -1 et 2 .

Interrogation n°3
Durée : 30 minutes

6/10/2023

4. Déterminer les valeurs propres et les sous-espaces propres de A . On en donnera une base et la dimension.

4. La matrice A est-elle diagonalisable ?

5. Justifier que la matrice A est diagonalisable par une autre méthode. *Sans calcul !*

Tournez la page svp : il y a des exercices au verso

Interrogation n°3
Durée : 30 minutes

6/10/2023

Exercice 2

On considère la matrice $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

On note E l'ensemble de toutes les matrices M d'ordre 2 vérifiant $MB = BM$.

1. Donner un exemple très simple d'une matrice appartenant à E.

2. Montrer qu'une matrice M appartient à E si et seulement si elle est de la forme $M = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$.

3. Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $M_2(\mathbb{R})$ et en donner une famille génératrice.

4. Donner une base et la dimension de E.

Interrogation n°3

Durée : 30 minutes

6/10/2023

Exercice 3

Pour chaque affirmation, cochez Vrai ou Faux.

Aucune justification n'est demandée

	Vrai	Faux
1. Une matrice peut n'avoir aucune valeur propre.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Une matrice $A \in M_3(\mathbb{R})$ peut avoir 7 valeurs propres.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Une matrice peut ne pas être diagonalisable.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Un sous-espace propre a toujours une dimension au moins égale à 1.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Question bonus

Donner une matrice dont les valeurs propres sont 1, 2, 3, 4 et 5.