# Interrogation n°2
# Durée : 30 minutes

29/9/2023

**Exercice 1**

On considère la suite définie par $u_0 = 1$ et la relation de récurrence $u_{n+1} = u_n + u_n^3$

1. Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq 1$

2. Montrer que la suite $(u_n)$ est croissante.

3. En raisonnant par l'absurde, montrer que la suite $(u_n)$ ne converge pas.

*On pourra supposer* $\lim_{n \to +\infty} u_n = L$ *, déterminer cette limite L et aboutir à une contradiction.*

4. En déduire la limite de la suite $(u_n)$

# Interrogation n°2
# Durée : 30 minutes

29/9/2023

**Exercice 2**

On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x) = x e^x$ .

1. Dresser le tableau de variations de la fonction f, en précisant la limite en $+\infty$ .

2. Justifier que *f* réalise une bijection de $\mathbb{R}^+$ vers un intervalle à préciser.

3. Dresser la tableau de variations complet de la fonction réciproque $f^{-1}$

4. Soit n un entier naturel. Justifier *brièvement* que l'équation f(x) = n possède une unique solution.

   Cette solution sera notée $u_n$, et est donc définie par la relation $f(u_n) = n$ /

5. En utilisant le tableau de la question 3, donner le sens de variation et la limite de la suite $(u_n)$

**Exercice 3**

Dans chacun des cas suivants, donner **un équivalent simple** et **la limite**.

*Aucune justification n'est demandée*

$$u_n=\frac{n^3+3n^4-6n+8}{n^2-3n^2+n^4+n}$$

$$v_n=\frac{(3n^2-2n+8)^2}{e^n}$$

$$w_n=(n^2+1)\ln\left(1+\frac{1}{n}\right)$$

**Question bonus :**

Donner un exemple d'espace vectoriel de dimension 18