

# Interrogation n°4

## Durée : 30 minutes

---

30/11/2023

### Exercice 1

On considère l'endomorphisme de  $M_{3,1}(\mathbb{R})$  défini par

$$f \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x - 2y + 2z \\ -x + 3y - 2z \\ 4y - 2z \end{pmatrix}$$

1. Donner la matrice canoniquement associée à  $f$ .

2. Déterminer le noyau et l'image de  $f$

3. L'application  $f$  est-elle un automorphisme ? (ie un endomorphisme *bijectif*)

Interrogation n°4  
Durée : 30 minutes

---

30/11/2023

4. On considère les vecteurs  $u = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $v = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  et  $w = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  .

Justifier que  $(u, v, w)$  forme une base de  $M_{3,1}(\mathbb{R})$  .

5. Calculer  $f(u)$  et  $f(v)$  et  $f(w)$  .

6. Déterminer la matrice de l'endomorphisme  $f$  dans la base  $(u, v, w)$  .

*On veillera à trouver une matrice diagonale.*

***Tournez la page svp, il y a un exercice au verso***

# Interrogation n°4

## Durée : 30 minutes

---

30/11/2023

### Exercice 2 *Questions de cours*

1. Quels sont l'espérance et la variance d'une variable aléatoire  $X$  suivant la loi géométrique  $G\left(\frac{1}{2}\right)$  ?

2. Rappeler la formule et la condition de convergence de la série  $\sum_{k=0}^{+\infty} k q^{k-1}$

3. Rappeler la formule d'intégration par parties.

4. Donner un équivalent à la fonction  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x$  en  $+\infty$  et en  $0$ .

Interrogation n°4  
Durée : 30 minutes

---

30/11/2023

**Question bonus**

Qu'est-ce qu'une matrice *antisymétrique* ?  
Donner la définition ou un exemple.