Exercice *D'après EMLyon 2016*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(t)=\dfrac{e^{-t}}{(1+e^{-t})^2}$.

1. Déterminer une primitive de la fonction *f*.
2. Montrer que *f* est la densité d'une variable aléatoire réelle X.
3. Déterminer la fonction de répartition de la variable aléatoire X.
4. Justifier que $t\,f(t)=\underset{+\infty}{o}\left(\dfrac{1}{t^2}\right)$ et en déduire la convergence de l'intégrale $\int_1^{+\infty} t\,f(t)\,dt$.
5. Démontrer la convergence de l'intégrale $\int_0^{+\infty} t\,f(t)\,dt$. *On ne demande pas de la calculer.*
6. Justifier que X admet une espérance et que E(X) = 0

Exercice *D'après EMLyon 2016*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(t)=\dfrac{e^{-t}}{(1+e^{-t})^2}$.

1. Déterminer une primitive de la fonction *f*.
2. Montrer que *f* est la densité d'une variable aléatoire réelle X.
3. Déterminer la fonction de répartition de la variable aléatoire X.
4. Justifier que $t\,f(t)=\underset{+\infty}{o}\left(\dfrac{1}{t^2}\right)$ et en déduire la convergence de l'intégrale $\int_1^{+\infty} t\,f(t)\,dt$.
5. Démontrer la convergence de l'intégrale $\int_0^{+\infty} t\,f(t)\,dt$. *On ne demande pas de la calculer.*
6. Justifier que X admet une espérance et que E(X) = 0

Exercice *D'après EMLyon 2016*

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(t)=\dfrac{e^{-t}}{(1+e^{-t})^2}$.

1. Déterminer une primitive de la fonction *f*.
2. Montrer que *f* est la densité d'une variable aléatoire réelle X.
3. Déterminer la fonction de répartition de la variable aléatoire X.
4. Justifier que $t\,f(t)=\underset{+\infty}{o}\left(\dfrac{1}{t^2}\right)$ et en déduire la convergence de l'intégrale $\int_1^{+\infty} t\,f(t)\,dt$.
5. Démontrer la convergence de l'intégrale $\int_0^{+\infty} t\,f(t)\,dt$. *On ne demande pas de la calculer.*
6. Justifier que X admet une espérance et que E(X) = 0