

Formulaire : Primitives

Primitives des fonctions de référence

Fonction	Primitive	Sur ...
$x^n, n \in \mathbb{N}$	$\frac{1}{n+1} x^{n+1}$	\mathbb{R}
$x^n, n \in \mathbb{Z}, n \neq -1$	$\frac{1}{n+1} x^{n+1}$	\mathbb{R}^*
$x^\alpha, \alpha > 0$	$\frac{1}{\alpha+1} x^{\alpha+1}$	\mathbb{R}_+^*
$\frac{1}{x^2}$	$-\frac{1}{x}$	\mathbb{R}^*
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$	\mathbb{R}_*
e^x	e^x	\mathbb{R}
$\frac{1}{x}$	$\ln(x)$	\mathbb{R}_*

Formules de primitives

u désigne une fonction continue

Fonction	Primitive
$u' \times u^n, n \in \mathbb{N}$	$\frac{1}{n+1} u^{n+1}$
$u' \times u^n, n \in \mathbb{Z}, n \neq -1$	$\frac{1}{n+1} u^{n+1}$
$u' \times u^\alpha, \alpha > 0$	$\frac{1}{\alpha+1} u^{\alpha+1}$
$u' \times u$	$\frac{1}{2} u^2$
$\frac{u'}{u^2}$	$-\frac{1}{u}$
$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	\sqrt{u}
$u' e^u$	e^u
$\frac{u'}{u}$	$\ln(u)$

Formule d'intégration par parties :

$$\int_a^b u' v = [u v]_a^b - \int_a^b u v'$$

Bon choix de u' : fonction qu'on sait primitiver.

Bon choix de v :

Logarithme, puissance x^{n+1} , tout ce qui se simplifie en dérivant.

Formulaire : Primitives

Exercices d'entraînement

Exercice 1

Donner une primitive de chacune des fonctions :

$$a. f(x) = xe^{-x^2}$$

$$b. f(x) = \frac{1}{x\sqrt{\ln x}}$$

$$c. f(x) = \frac{e^{1/x}}{x^2}$$

$$d. f(x) = \frac{1}{x \ln x}$$

$$e. f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$f. f(x) = \frac{1}{x} (\ln x)^2$$

Exercice 2

Calculer ces integrales en intégrant par parties

$$a. \int_0^1 x e^x dx$$

$$b. \int_1^2 x \ln x dx$$

$$f. \int_1^2 \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2} dx$$

$$g. \int_0^2 (2-x) e^{-x} dx$$

Exercice 3

Calculer chacune des intégrales

$$a. \int_1^2 \frac{1}{(2x+1)^2} dx$$

$$b. \int_{-2}^1 \frac{14}{(4-x)^3} dx$$

$$c. \int_e^2 \frac{\ln x}{x} dx$$

$$d. \int_{1/e^3}^{1/e^2} \frac{dx}{x \ln x}$$

$$e. \int_3^4 \frac{x-1}{x^2} dx$$

$$f. \int_0^1 \frac{e^x+1}{e^x+x} dx$$

$$g. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{1+4x}}$$

$$h. \int_1^{1/\ln 2} 2^x dx$$

$$i. \int_2^1 e^x \left(\frac{1}{x} + \ln x \right) dx$$

$$j. \int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}} \frac{4x}{x^2+1} dx$$

$$k. \int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x} dx$$

$$l. \int_0^1 3e^{-\frac{x}{2}+1} dx$$

$$m. \int_1^2 \frac{e^x}{e^x-1} dx$$

$$n. \int_e^{e^2} \frac{dx}{x(\ln x)^2}$$

$$o. \int_{-1}^{\frac{1}{2}} \frac{x^2}{1-x^3} dx$$

$$p. \int_0^3 (5^x - x + 4) dx$$

$$q. \int_{\frac{1}{2}}^2 (x-1) \left(\frac{x^2}{2} - x + 3 \right) dx$$